

HIDRAULIČKI PRORAČUN MREŽA POD PRITISKOM PRIMENOM TRIBAL- Δ Q METODE U USLOVIMA POTROŠNJE KOJA ZAVISI OD PRITISKA

Željko VASILIC, Miloš STANIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu

REZIME

Hidraulički proračun u mrežama pod pritiskom se najčešće sprovodi pod pretpostavkom fiksne čvorne potrošnje koja ne zavisi od pritiska, u literaturi pristup poznat kao DDA (eng. Demand Driven Approach). Ova pretpostavka je opravdana ukoliko je sistem u mogućnosti da u svakom trenutku zadovolji minimalne pritiske pri kojima se ta čvorna potrošnja može i ostvariti (npr. prilikom dimenzionisanja sistema). U određenim slučajevima, kao što su pucanja cevi ili povećana potrošnja vode u sistemu, doći će očekivano do pada pritiska u mreži ispod minimalnih što posledično uzrokuje nemogućnost sistema da zadovolji fiksne čvorne potrošnje. U ovim slučajevima upotreba DDA pristupa rešavanju hidrauličke sistema nije opravdana jer neće rezultovati realnom procenom pritiska i protoka u mreži, niti je moguće proceniti koji deo čvorne potrošnje se zaista može zadovoljiti. Za prevazilaženje ovog ograničenja DDA pristupa, u proračun se mora uvesti funkcionalna zavisnost potrošnje od pritiska. Ovaj pristup, poznat kao PDA (eng. Pressure Driven Approach) u obzir uzima smanjenje čvorne potrošnje sa smanjenjem pritiska u čvoru. U ovom radu je PDA pristup implementiran u originalnu TRIBAL- Δ Q metodu za proračun mreža pod pritiskom, koja koristi formulaciju metode prstenova za rešavanje osnovnih jednačina koje opisuju tečenje u mrežama pod pritiskom. Validacija rezultata proračuna unapređene TRIBAL- Δ Q metode je izvršena poređenjem sa referentnim EPANET 2.2 softverom, zasnovanim na formulaciji metode čvorova, koji je u praksi prihvaćen kao standard za hidraulički proračun mreža pod pritiskom. Metoda je testirana na

nekoliko mreža različite složenosti i preliminarni rezultati sa analizom osetljivosti pokazuju da TRIBAL- Δ Q metoda u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska ostvaruje istu preciznost i numeričku stabilnost proračuna kao referentna metoda EPANET 2.2 softvera

Ključne reči: Hidraulički proračun, Δ Q metoda, mreže pod pritiskom

UVOD

Hidraulički proračun u mrežama pod pritiskom najčešće se sprovodi pod pretpostavkom fiksne čvorne potrošnje koja ne zavisi od pritiska, u literaturi pristup poznat kao DDA (eng. Demand Driven Approach). Prethodna pretpostavka je opravdana u fazi dimenzionisanja sistema. Međutim, detaljnija analiza sistema sa aspekta pouzdanosti, procene operativnih troškova i odgovora u slučaju neočekivanih scenarija, nameće primenu kontinualnih hidrauličkih simulacija u kojima primena DDA pristupa najčešće nije opravdana ([1], [2]). Kontinualne simulacije se primenjuju i za upravljanje sistemom u realnom vremenu za potrebe procene gubitaka ([3], [4]). Takođe, sa sve većom dostupnošću jeftinih senzora koji se postavljaju u mreži, kontinualne simulacije se primenjuju za asimilaciju prikupljenih podataka i ažuriranje hidrauličkog modela ([5]–[7]). Za potrebe kontinualne simulacije u sistemima pod pritiskom, kada može doći do iznenadnog pucanja cevi ili povećanja potrošnje, i posledično pada pritiska u mreži, primena DDA pristupa nije opravdana jer se ne može garantovati zadovoljenje fiksnih čvornih potrošnji. Da bi se prevazišla ova ograničenja DDA pristupa u proračun se mora uvesti funkcionalna zavisnost potrošnje od pritiska – pristup poznat kao PDA (eng. Pressure Driven Approach) koji u obzir uzima smanjenje čvorne potrošnje sa smanjenjem pritiska u čvoru [8].

Postoji nekoliko formulacija sistema osnovnih jednačina koje opisuju tečenje u mrežama pod pritiskom, u

Podaci o prihvatanju članka

Primljen: 11.8.2024.

Ispravljen: -

Prihvaćen: 27.8.2024.

Kontakt: zvasilic@grf.bg.ac.rs

zavisnosti od osnovnih nepoznatih veličina po kojima se sistem rešava: (1) Q formulacija (nepoznati protoci u cevima), (2) H formulacija (nepoznate pijezometarske kote u čvorovima) i (3) ΔQ formulacija (nepoznate korekcije protoka u prstenovima) [9]. Prve dve formulacije se definišu kao metode čvorova, a treća kao metoda prstenova [10]. Većina dostupnih softvera za analizu mreža pod pritiskom za hidraulički proračun koristi metodu čvorova, uključujući i EPANET [11], najpopularniji javno dostupan softverski paket. Konkretno, u EPANET je implementiran algoritam globalnog gradijenta (Global Gradient Algorithm – GGA, [12]), poznatiji kao GGA metod. Dostupnost i robusnost EPANET-ovog izvornog koda rezultirali su njegovom primenom u mnogim komercijalno dostupnim softverskim rešenjima za analizu mreža pod pritiskom. S druge strane, metoda prstenova ima značajno manji broj nepoznatih od metoda čvorova, obzirom da realne mreže imaju znatno manje prstenova nego čvorova i cevi. ΔQ formulacija problema, poznatija i kao ΔQ metod (ΔQ *method*) je prvi put predstavljena 1936 [13]. U literaturi se ova metoda može naći pod različitim imenima, kao što su *loop-flow* metoda [14], [15] ili *loop equations* metoda [16].

Obzirom na rasprostranjenost i dostupnost EPANET softvera, većina autora se bavila implementacijom PDA pristupa u GGA algoritam EPANET softvera. PDA pristup je u EPANET zvanično implementiran 2020 godine [17]. Implementacija je izvršena primenom inverzne zavisnosti potrošnja – pritisak [18], odnosno pritisak – potrošnja. Razlog za inverziju su prethodna istraživanja koja su pokazala da rešavanje sistema jednačina zasnovanog na zavisnosti potrošnja – pritisak zahteva primenu koeficijenata relaksacije da bi se obezbedila konvergencija numeričke metode [19].

Prethodno su prednosti ΔQ metode u odnosu na metodu čvorova su prikazane u nekoliko istraživanja [20], [21], naročito kada je hidraulički proračun neophodan u različitim optimizacionim procedurama [22]. U istraživanju [23] je predstavljen novi metod za hidraulički proračun u mrežama pod pritiskom, nazvan TRIBAL- ΔQ implementirana u isti kompjuterski jezik kao i GGA metoda EPANET-a, kako bi se omogućilo adekvatno poređenje metoda. Pokazano je da se mogu ostvariti značajna ubrzanja proračuna za uslove potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA pristup). U ovom radu se TRIBAL- ΔQ metodologija unapređuje tako da se omogući proračun u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA pristup). Dve, javno dostupne mreže su korišćene u svrhu testiranja, validacije tačnosti, i poređenja unapređene TRIBAL- ΔQ metode

sa originalnom metodom implementiranom u EPANET 2.2 softveru. Rezultati pokazuju da ΔQ metoda ostvaruje gotovo identične rezultate u proceni čvorne potrošnje kao i referentna GGA metoda.

METODOLOGIJA

Originalna TRIBAL- ΔQ metodologija [23] primenljiva je za hidraulički proračun mreža pod pritiskom pod sledećim uslovima: 1) Čvorna potrošnja ne zavisi od pritiska i 2) Topologija mreže ostaje nepromenjena tokom simulacije, odnosno promena statusa elemenata kao što su zatvarači nije dozvoljena. U ovom radu se metodologija unapređuje tako da se omogući proračun u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska. Opis metodologije je dat u narednim poglavljima: najpre se daje kratak pregled teorijskih osnova metode prstenova (ΔQ metode), zatim se prikazuje matematička formulacija za primenu ΔQ metode u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA pristup) i konačno se opisuje postupak implementacije metodologije.

ΔQ METODA

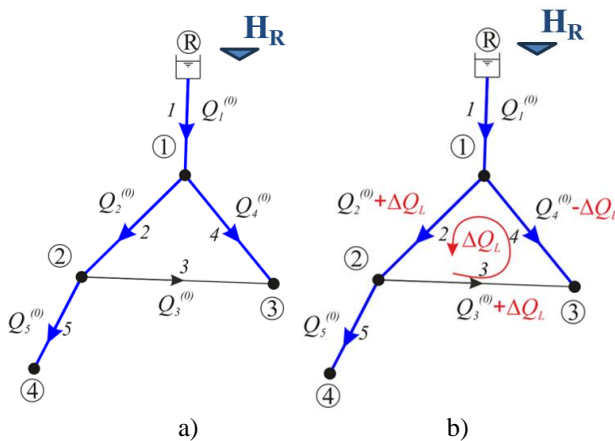
ΔQ metoda, originalno prikazana u istraživanju [13], je zasnovana na primeni zakona održanja energije po prstenovima u mreži. Osnovni postulat je da suma gubitaka energije po zatvorenoj konturi prstena ($\sum f_{ij} = 0$) mora biti jednaka nuli. Za proračun gubitaka energije u cevima može se koristiti Darcy-Weisbach (DW) ili Hazen-Williams (HW) jednačina. Najpre je potrebno odrediti inicijalni raspored protoka u mreži ($Q^{(0)}$) koji mora zadovoljiti jednačinu kontinuiteta u čvorovima (slika 1-a). Inicijalni protoci se moraju iterativno korigovati sa korekcijama protoka ΔQ_L (slika 1-b), dok se ne odredi konačan raspored protoka u svim prstenovima mreže koji će zadovoljiti i zakon održanja energije. U uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska, čvorne potrošnje takođe nisu unapred poznate, tako da se pored nepoznatih korekcija protoka po prstenovima (ΔQ_L) u proračun moraju uvesti i nepoznate korekcije čvornih potrošnji u čvorovima (Δd , slika 1-c). Na osnovu definisanih korekcija protoka i čvornih potrošnji (slika 1-c) jednačina održanja zakona energije za prsten sa slike glasi:

$$f_L = R_2 \left(Q_2^{(o)} + \Delta Q_L + \Delta d_4 + \Delta d_2 \right) \left| Q_2^{(o)} + \Delta Q_L + \Delta d_4 + \Delta d_2 \right|^{n-1} \dots + R_3 \left(Q_3^{(o)} + \Delta Q_L \right) \left| Q_3^{(o)} + \Delta Q_L \right|^{n-1} \dots - R_4 \left(Q_4^{(o)} - \Delta Q_L + \Delta d_3 \right) \left| Q_4^{(o)} - \Delta Q_L + \Delta d_3 \right|^{n-1} = 0 \quad (1)$$

Energetska jednačina napisana za čvor 3 u ovom slučaju glasi:

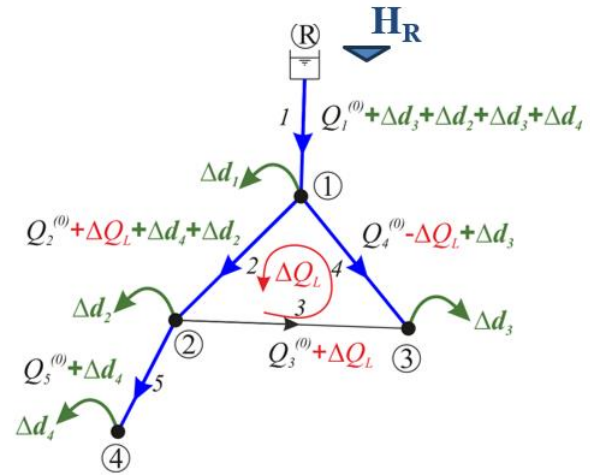
$$f_{J3} = R_1 \left(Q_1^{(o)} + \sum_{j=1}^4 \Delta d_j \right) \left| Q_1^{(o)} + \sum_{j=1}^4 \Delta d_j \right|^{n-1} \dots + R_4 \left(Q_4^{(o)} - \Delta Q_L + \Delta d_3 \right) \left| Q_4^{(o)} - \Delta Q_L + \Delta d_3 \right|^{n-1} \dots (2) - (H_R - H_3) = 0$$

U prethodnim jednačinama R_i označava koeficijent otpora za vezu i , H_R pijezometarsku kotu u rezervoaru a H_j pijezometarsku kotu u čvoru j . Jednačina (1) je nelinearna i broj takvih jednačina za celu mrežu odgovara broju prstenova u mreži. Jednačina (2) je takođe nelinearna i broj takvih jednačina za celu mrežu odgovara broju čvorova u mreži, koji nisu rezervoari tj. izvorišni čvorovi. Usvajajući sledeće oznake za elemente u mreži – broj čvorova (n_n), broj veza (n_l), broj izvorišnih čvorova (n_r) i broj nezavisnih komponenti u razmatranoj mreži (c) – broj nelinearnih jednačina tipa (1) koje je potrebno rešiti je $n_L = n_{RL} + n_{PL}$, gde je $n_{RL} = n_l - n_n + c$ broj prstenova a $n_{PL} = n_r - 1$ je broj fiktivnih prstenova u mreži. Fiktivni prstenovi se formiraju između čvorova sa poznatom pijezometarskom kotom (npr. rezervoara). U svakom slučaju, ukupan broj prstenova u mreži n_L se može izraziti i odrediti kao $n_L = n_l - n_j$, gde je n_j broj čvorova koji nisu rezervoari [24]. Broj nelinearnih jednačina tipa (2) koje je potrebno rešiti odgovara broju čvorova u kojima je potrebno korigovati čvorne potrošnje (n_j).



Slika 1. Osnove ΔQ metode – inicijalni protoci i korekcije protoka u prstenovima

Ukupno n_L jednačina tipa (1) i n_j jednačina tipa (2) čine nelinearni sistem jednačina koji se rešava po nepoznatim korekcijama protoka za sve prstenove u mreži (ΔQ_L) i nepoznatim korekcijama čvornih potrošnji za sve čvorove u mreži (Δd). Da bi se formirao sistem jednačina, najpre je potrebno formirati topološke matrice za prstenove i čvorove i računске matrice.



Slika 2. Korekcije čvorne potrošnje

Topološke marice za prstenove su: jedinična matrica prstenova \mathbf{I}_L veličine $n_L \times n_L$; jedinični vektor prstenova \mathbf{U}_L veličine $n_L \times 1$; matrica povezanosti veza u prstenovima \mathbf{M}_L veličine $n_L \times n_l$; vektor nepoznatih korekcija protoka $\Delta \mathbf{Q}$ u prstenovima veličine $n_L \times 1$; vektor gubitaka energije $\Delta \mathbf{H}$ u prstenovima veličine $n_L \times 1$.

$$\mathbf{I}_L = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}_{n_L \times n_L} \quad \mathbf{U}_L = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n_L \times 1}$$

$$\mathbf{M}_L = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{n_L \times n_l} \quad (3)$$

$$\Delta \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n_L} \end{bmatrix}_{n_L \times 1} \quad \Delta \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \vdots \\ \Delta H_{n_L} \end{bmatrix}_{n_L \times 1}$$

gde je \mathbf{M}_L matrica povezanosti veza u prstenovima veličine $[N_L/N_l]$ u kojoj su članovi $M_{Lij}=1$ ukoliko je smer uvedene korekcije protoka ΔQ za i -ti prsten isti kao smer inicijalnog protoka u j -toj vezi, $M_{ij}=-1$ u

suprotnom slučaju i $M_{ij}=0$ ukoliko j -ta veza nije deo i -tog prstena;

Topološke marice za čvorove su: jedinična matrica čvorova \mathbf{I}_J veličine $n_J \times n_J$; jedinični vektor čvorova \mathbf{U}_J veličine $n_J \times 1$; matrica putanja veza do čvorova \mathbf{M}_J veličine $n_J \times n_L$ u kojoj su članovi $M_{Jij}=1$ ukoliko se j -ta veza nalazi na putanji od rezervoara R do i -tog čvora i $M_{Jij}=0$ u suprotnom; vektor nepoznatih korekcija čvornih potrošnji $\Delta \mathbf{d}$ u čvorovima $n_J \times 1$; vektor pijezometarskih kota \mathbf{H} u čvorovima veličine $n_J \times 1$.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_J &= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix}_{n_J \times n_J} & \mathbf{U}_J &= \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{n_J \times 1} \\ \mathbf{M}_J &= \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}_{n_J \times n_L} & & (4) \\ \Delta \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} \Delta d_1 \\ \vdots \\ \Delta d_{n_J} \end{bmatrix}_{n_J \times 1} & \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_{n_J} \end{bmatrix}_{n_J \times 1} \end{aligned}$$

Na osnovu topoloških matrica za prstenove i čvorove formiraju se računске matrice \mathbf{D}_L i \mathbf{D}_J koje sumiraju korekcije protoka za prstenove i za čvorove i matrice otpora \mathbf{R}_L i \mathbf{R}_J koje u obzir uzimaju orijentacije veza:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_L &= (\Delta \mathbf{Q} \mathbf{U}_L^T) \circ \mathbf{I}_L & \mathbf{D}_J &= (\Delta \mathbf{d} \mathbf{U}_J^T) \circ \mathbf{I}_J \\ \mathbf{R}_L &= \mathbf{M}_L \circ (\mathbf{U}_L \mathbf{R}) & \mathbf{R}_J &= \mathbf{M}_J \circ (\mathbf{U}_J \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (5)$$

gde je \mathbf{R} vektor otpora veza veličine $1 \times n_L$ i operator \circ Hadamard-ov operator koji označava matricne operacije po elementima (npr. $\mathbf{E}=\mathbf{F} \circ \mathbf{G}$, gde je $E_{ij}=\mathbf{F}_{ij} \mathbf{G}_{ij}$).

Sada se, na osnovu prethodno definisanih računskih matrica, vektor protoka u mreži može izraziti kao:

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}^{(0)} + (\mathbf{M}_L^T \mathbf{D}_L) \mathbf{U}_L + (\mathbf{M}_J^T \mathbf{D}_J) \mathbf{U}_J \quad (6)$$

gde je $\mathbf{Q}^{(0)}$ vektor inicijalnih protoka u mreži.

Sistem nelinearnih jednačina za prstenove se sada može napisati u sledećoj matricnoj formi:

$$\mathbf{f}_L = \mathbf{R}_L \left[\mathbf{F}_0 |\mathbf{I}_L \mathbf{F}|^{0(n-1)} \right] - \Delta \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (7)$$

dok sistem jednačina za čvorove glasi:

$$\mathbf{f}_J = \mathbf{R}_J \left[\mathbf{F}_0 |\mathbf{I}_J \mathbf{F}|^{0(n-1)} \right] - (\mathbf{H}_R \mathbf{U}_J - \mathbf{H}) = \mathbf{0} \quad (8)$$

U jednačinama (7) i (8) matrica \mathbf{I} je jedinična matrica veza veličine $n_L \times n_L$ u kojoj su dijagonalni članovi jednaki jedinici ($\mathbf{I}_{iij}=1$) dok su ostali članovi jednaki nuli. Veličina \mathbf{H}_R je skalar koji odgovara pijezometarskoj koti izabranog rezervoara, dok je n eksponent protoka koji iznosi 1.852 kada se koristi HW jednačina za proračun gubitaka energije, ili 2.0 kada se koristi DW jednačina.

Konačno, može se formirati zajednički sistem nelinearnih jednačina:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_J \\ \mathbf{f}_L \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (9)$$

Linearizacijom sistema jednačina Newton-Raphson metodom dobija se formulacija za iterativno određivanje vektora nepoznatih veličina:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}_{i+1} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{d} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}_i - \mathbf{J}_i^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_J \\ \mathbf{f}_L \end{bmatrix}_i \quad (10)$$

gde je i redni broj iteracije a \mathbf{J} iterativna matrica, poznatija kao matrica Jakobijana. Matrica Jakobijana se može napisati kao kompozitna matrica

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_J & \mathbf{J}_{JL} \\ \mathbf{J}_{LJ} & \mathbf{J}_L \end{bmatrix} \quad (11)$$

gde je \mathbf{J}_J kvadratna matrica veličine $n_J \times n_J$ i njeni članovi predstavljaju izvode jednačina za čvorove po odgovarajućim korekcijama čvornih potrošnji tj. $\mathbf{J}_J(m,k) = \partial f_{J,m} / \partial \Delta d_k$. Matrica \mathbf{J}_L je matrica veličine $n_J \times n_L$ njeni članovi predstavljaju izvode jednačina za čvorove po odgovarajućim korekcijama protoka za prstenove tj. $\mathbf{J}_{JL}(m,k) = \partial f_{J,m} / \partial \Delta Q_k$. Slično tome, matrica \mathbf{J}_{LJ} veličine $n_L \times n_J$ sadrži izvode jednačina za prstenove po odgovarajućim korekcijama čvornih potrošnji tj. $\mathbf{J}_{LJ}(m,k) = \partial f_{L,m} / \partial \Delta d_k$ i kvadratna matrica \mathbf{J}_L veličine $n_L \times n_L$ sadrži izvode jednačina za prstenove po odgovarajućim korekcijama protoka u prstenovima tj. $\mathbf{J}_L(m,k) = \partial f_{L,m} / \partial \Delta Q_k$.

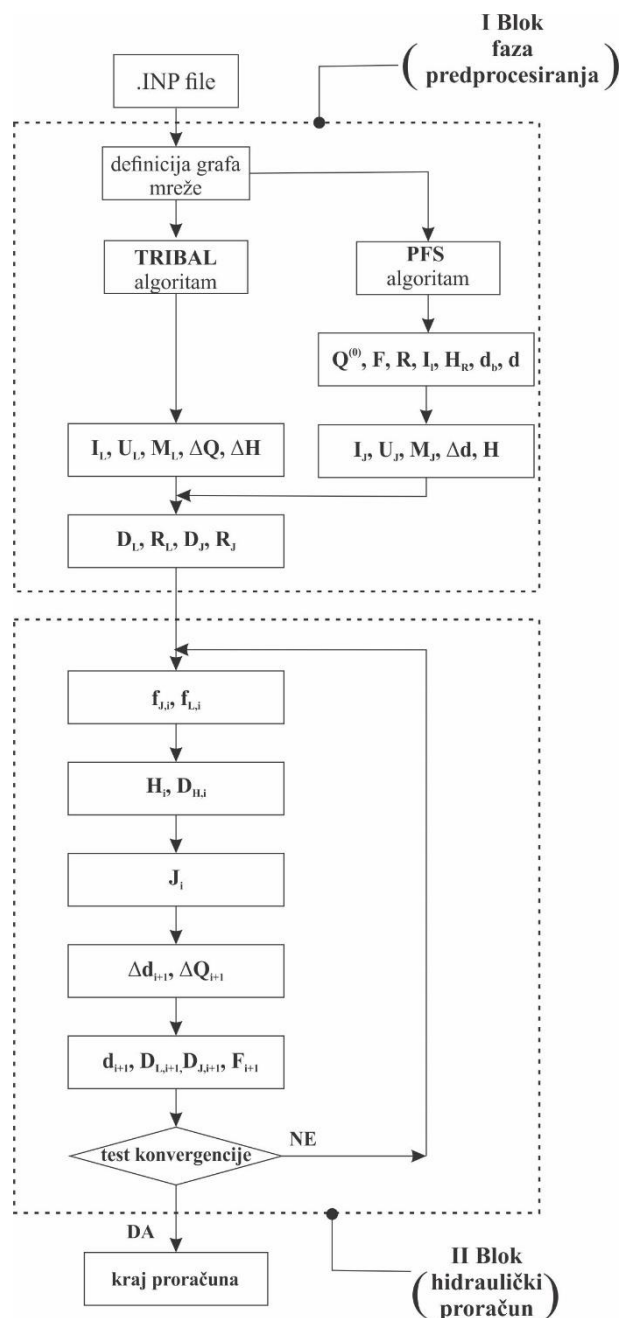
Nakon što se zadovolji zahtevana tačnost proračuna, konačan raspored protoka u mreži se određuje ažuriranjem vektora inicijalnih protoka, primenom jednačine (6).

U poređenjima sa GGA formulacijom sistema osnovnih jednačina, ΔQ formulacija je često kritikovana [15] zbog veće gustine matrice Jakobijana (**J**). Međutim, gustina ove matrice je direktno zavisna od strukture identifikovanih prstenova koja nije jednoznačna [20]. Prostija struktura prstenova implicira da će jednačina energetskih gubitaka po prstenu (f_L) biti funkcija manjeg broja nepoznatih korekcija protoka. Samim tim i matrica Jakobijana (izvoda) će biti ređa i dijagonalno dominantnija. Obzirom na prethodno jasno je da je od interesa koristiti algoritam koji je u stanju da na računarski efikasan način identifikuje što prostiju strukturu prstenova u mreži. Algoritam za identifikaciju prstenova u mreži (TRIBAL) je deo faze predprocesiranja u okviru TRIBAL-ΔQ metodologije i ranije je već opisan detaljno [23], tako da se ovde neće opisivati.

IMPLEMENTACIJA METODE

Implementacija unapređene TRIBAL-ΔQ metode je podeljena na dve celine, odnosno dva bloka, kao što je shematski prikazano na slici 3. Prva faza je faza predprocesiranja u kojoj se vrši identifikacija prstenova u mreži primenom TRIBAL algoritma za identifikaciju prstenova u mreži, dok se u drugoj fazi vrši hidraulički proračun primenom prethodno opisane unapređene ΔQ metode. Implementacija opisanog algoritma je sprovedena u MATLAB 2024 softverskom okruženju [25].

U fazi predprocesiranja se na osnovu podataka o mreži, sadržanih u ulaznoj datoteci EPANET formata (.INP), vrše pripremne operacije i kreiranje dodatnih struktura podataka neophodnih za kasniji hidraulički proračun. Najpre se kreira predstava mreže u vidu grafa, a zatim se na osnovu rezultata TRIBAL algoritma za identifikaciju prstenova formiraju topološke matrice prstenova definisane jednačinom (3). Inicijalni vektor nepoznatih korekcija protoka u prstenovima je za sve prstenove jednak nuli ($\Delta Q=0$). Deo predprocesiranja je i propagacija kroz mrežu modifikovanim BFS algoritmom (Priority First Search - PFS algoritam), kojim se propagacija kroz mrežu vrši vezama sa minimalnom vrednošću koeficijenta otpora *R*. Na taj način se identifikuje razapinjuće stablo u mreži sa najmanjim otporom tečenju.



Slika 3. Shema implementacije unapređene TRIBAL-ΔQ metode

Rezultati ovog algoritma se koriste da se inicijalizuje vektor protoka ($F=Q^{(0)}$), propagacijom unazad kroz razapinjuće stablo primenjujući jednačinu kontinuiteta u čvorovima. U cevima koje nisu deo razapinjućeg stabla, inicijalni protoci se određuju na osnovu brzine od 1 ft/s, a zatim se svi inicijalni protoci u mreži ažuriraju da se

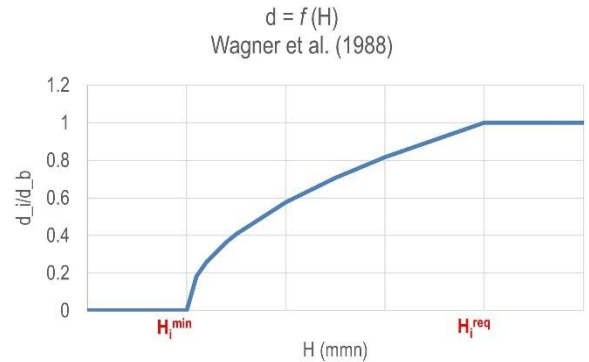
osigura zadovoljenje jednačine kontinuiteta. Takođe, inicijalizuju se vektor otpora za cevi (**R**), jedinična matrica veza (**I**), vektor baznih čvornih potrošnji (**d_b**), vektor stvarnih čvornih potrošnji (**d**) i skalar **H_R** koji odgovara pijezometarskoj koti rezervoara od koga je sprovedena propagacija PFS algoritmom. Sledeći korak je inicijalizacija topoloških matrica čvorova definisanih jednačinom (4). Inicijalni vektor nepoznatih korekcija čvornih potrošnji je za sve čvorove jednak nuli (**Δd=0**). Za zavisnost čvorne potrošnje od raspoloživog pritiska u mreži koristi se inverzna jednačina Wagnera (slika 4) – odnosno zavisnost pritiska od čvorne potrošnje $H=f(d_i)$ (slika 5, [26]):

$$H_i = H_i^{\min} + \begin{cases} BIG d_i & d_i \leq 0 \\ \frac{(H_i^{req} - H_i^{\min})}{(d_i^b)^c} d_i^c & 0 < d_i < d_i^b \\ BIG(d_i - d_i^b) & d_i \geq d_i^b \end{cases} \quad (12)$$

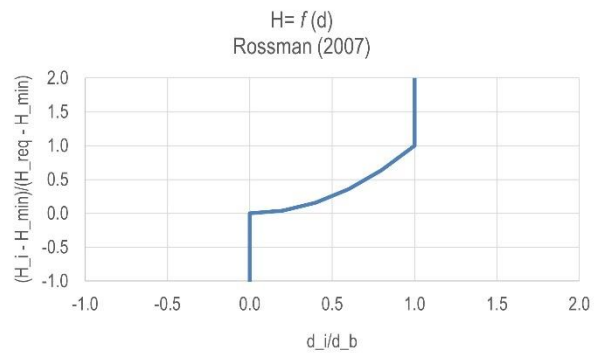
gde je *i* oznaka čvora, d_i^b maksimalna zahtevana čvorna potrošnja, odnosno bazna potrošnja, $H_i^{\min} = Z_i + p_{min}$ je minimalna pijezometarska kota ispod koje se u čvoru ne može isporučiti potrošnja, a $H_i^{req} = Z_i + p_{max}$ je zahtevana pijezometarska kota pri kojoj se u potpunosti može zadovoljiti bazna potrošnja i Z_i visinska kota čvora. Za vrednost eksponenta *c* se obično usvaja $c=2$, što oponaša isticanje kroz kružni otvor. Prema prethodnoj jednačini se inicijalizuje vektor čvornih pijezometarskih kota **H**, pod pretpostavkom da se mogu zadovoljiti sve bazne čvorne potrošnje tj. $d_i = d_i^b$. Konačno, inicijalizuju se i računске matrice definisane jednačinom (5).

Hidraulički proračun se obavlja u drugoj fazi/bloku (slika 3). Za proračun elemenata matrice izvoda (Jakobijanove matrice **J**) neophodno je odrediti izvode funkcije gubitka energije (f_{ij}) za svaku cev po nepoznatim korekcijama protoka u prstenovima (ΔQ_k), odnosno $\partial f_{ij} / \partial \Delta Q_k$, gde je *k* oznaka prstena. Kako su, uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska, protoci u cevima funkcije i nepoznatih korekcija čvornih potrošnji (slika 2), potrebno je odrediti i izvode po nepoznatim korekcijama čvornih potrošnji (Δd_k), tj. $\partial f_{ij} / \partial \Delta d_i$, gde je *i* oznaka čvora.

Obzirom da u jednačinama za čvorove (jednačina 2) figurišu i pijezometarske kote koje su u funkciji čvornih potrošnji (jednačina 12), potrebno je odrediti i izvode



Slika 4. Funkcionalna zavisnost potrošnje od pritiska – $d=f(H)$



Slika 5. Inverzna funkcionalna zavisnost potrošnje od pritiska – $H=f(d)$

pijezometarskih kota po korekcijama nepoznatih čvornih potrošnji. Kako je $d_i = d_i^b + \Delta d_i$ iz jednačine 12 sledi:

$$D_{H,i} = \frac{\partial H_i}{\partial \Delta d_i} = \begin{cases} BIG & d_i \leq 0 \\ c \frac{(H_i^{req} - H_i^{\min})}{(d_i^b)^c} d_i^{c-1} & 0 < d_i < d_i^b \\ BIG & d_i \geq d_i^b \end{cases} \quad (13)$$

Elementi matrice Jakobijana se određuju prostim sabiranjem prethodno definisanih izvoda po cevima koje čine prsten ili po cevima razapinjućeg stabla do svakog čvora.

Nakon svake iteracije ažuriraju se računске matrice **D_L** i **D_J** i vektor protoka **F** relacijom datom jednačinom 6, kao i vektor čvornih potrošnji (**d=d_b+Δd**). Iterativni proračun se sprovodi dok se ne ostvari usvojena tačnost

proračuna (eps). Kriterijum konvergencije usvojen u ovom istraživanju je isti kao onaj u originalnom EPANET softveru – odnos sume apsolutnih promena protoka u dve uzastopne iteracije i sume apsolutnih protoka u svim cevima mora biti manji od definisane tačnosti (eps):

$$eps = \frac{\sum_{ij=1}^{n_i} |Q_{ij}^{it+1} - Q_{ij}^{it}|}{\sum_{ij=1}^{N_l} |Q_{ij}^{it+1}|} \quad (14)$$

Nakon određivanja konačnog rasporeda protoka u mreži (F), konačan raspored pritisaka (H) se određuje koristeći razapinjuće stablo sledećom relacijom:

$$H = H_R U_J - R_J [F_o | I_1 F]^{o(n-1)} \quad (15)$$

TEST PRIMERI

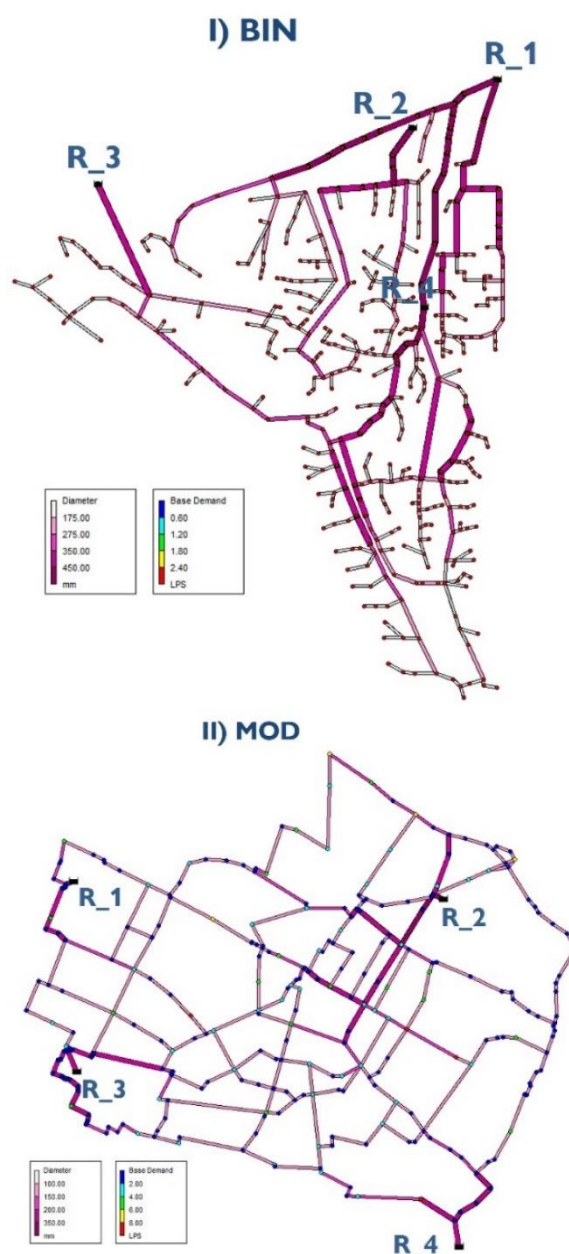
Dve, javno dostupne mreže (slika 6) su korišćene u svrhu testiranja, validacije tačnosti, i poređenja unapređene TRIBAL-ΔQ metode sa originalnom metodom implementiranom u EPANET 2.2 softveru. Ulazne datoteke u EPANET formatu (.inp) za mreže Balerma Irrigation Network (BIN) i Modena (MOD) su preuzete sa sajta Univerziteta u Eksiteru (<https://www.exeter.ac.uk/research/centres/cws/resources/benchmarks/pareto/>). Kao što se sa slike 6 može zaključiti, 2 korišćene mreže se izrazito razlikuju po topologiji, broju i tipu elemenata koje sadrže. Osnovne karakteristike mreža su sumirane u tabeli 1.

Tabela 1. Osnovne karakteristike mreža koje su korišćene kao test primeri

Mreža	BIN	MOD
# Čvorova (N_n)	447	272
# Veza (N_l)	454	317
# Prstenova (N)	11	49
# Rezervoara (N_r)	4	4
# Pumpi	0	0
# Zatvarača	0	0
# Veza u prstenovima	162	317
L_{factor}	0.36	1

Parametar L_{factor} u tabeli 1 pokazuje stepen zastupljenosti prstenastih delova mreže i računa se kao odnos broja veza koje se nalaze u prstenovima i

ukupnog broja veza u mreži. Vrednost parametra uzima vrednosti između 0, ukoliko je mreža granata, i 1 ukoliko je mreža u potpunosti prstenasta. Tabela 1 ilustruje da je mreža MOD u potpunosti prstenasta, odnosno da nema granatih delova, dok je mreža BIN pretežno granate strukture.



Slika 6. Test primeri mreža: I) BIN i II) MOD

KRITERIJUMI ZA POREĐENJE

Za poređenje unapređene TRIBAL-ΔQ metode i GGA metode implementirane u EPANET2.2 usvojeni su sledeći kriterijumi:

1. Konvergencija proračuna.

Konvergencija proračuna se ocenjuje na osnovu broja iteracija potrebnog da se zadovolji definisana tačnost proračuna (*eps*).

2. Tačnost proračuna.

Tačnost proračuna unapređenom implemetacijom ΔQ metode je ocenjena na osnovu razlike u predikciji čvornih potrošnji i pritisaka u mreži, u poređenju sa GGA metodom, usvojenom kao etalon za poređenje.

U istraživanju su, radi validacije rezultata i testiranja osetljivosti predstavljene metode, korišćena tri različita opsega minimalnog i maksimalnog pritiska $\Delta p = \Delta H = p_{min} - p_{max} = 10, 20$ i 30 m. Ovo su uobičajene vrednosti pritiska za radni opseg većine distributivnih mreža.

REZULTATI I DISKUSIJA

U ovom poglavlju su uporedno prikazani rezultati hidrauličkog proračuna u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA-Pressure Driven Approach) za 2 usvojena test primera. Dodatno, dat je osvrt i na rezultate prethodnog istraživanja [23] u kome su TRIBAL-ΔQ i GGA metode testirane na istim mrežama, ali u uslovima potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA – Demand Driven Approach). Tamo su obe metode bile implementirane u istom programskom okruženju (C++), za razliku od istraživanja u ovom radu, pa je bilo moguće i direktno poređenje računarske efikasnosti metoda sa aspekta računarskog vremena. U ovom istraživanju se rezultati prethodnog istraživanja komentarišu kao potencijal za dalja unapređena prikazane metodologije.

Konvergencija proračuna

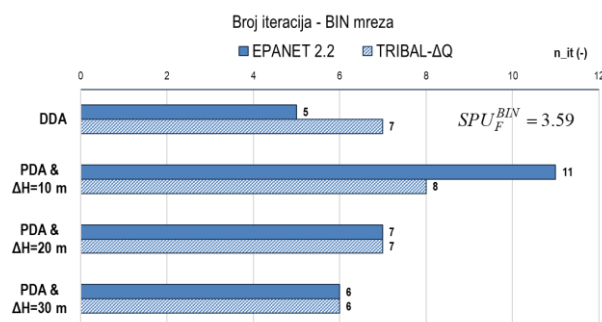
U tabeli 2 je prikazano poređenje metoda sa aspekta zahtevanog broja iteracija (*n_it*) za konvergenciju hidrauličkog proračuna. Prikazani rezultati su dobijeni za zahtevanu tačnost proračuna $eps = 10^{-3}$. Dodatno na slikama 7 i 8 su prikazani i rezultati iz prethodnog istraživanja [23], u kojima su ove metode testirane na istim mrežama i poređene za uslove potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA-Demand Driven Approach). Na

ovim graficima je prikazan broj iteracija obe metoda u uslovima DDA i ostvareni faktori ubrzanja (SPU_F) proračuna u korist TRIBAL-ΔQ metode.

Tabela 2. Uporeni prikaz broja iteracija (*n_it*) za različite opsege pritiska (ΔH)

MREŽA	ΔH (m)	n_it	
		EPA 2.2	ΔQ
BIN	10	11	8
	20	7	7
	30	6	6
MOD	10	5	11
	20	4	8
	30	5	9

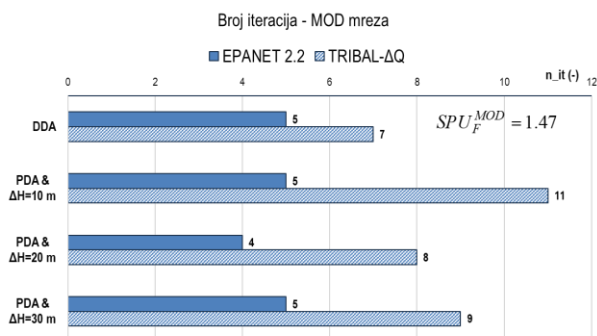
Na osnovu rezultata za BIN mrežu u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA), koja je pretežno granata, se može zaključiti da za veće opsege radnih pritisaka od 20 i 30 m obe metode konvergiraju u istom broju iteracija konačnom rešenju – 7 i 6 respektivno. Za najmanji opseg testiranog pritiska od 10 m, TRIBAL-ΔQ metoda konvergira rešenju za manji broj iteracija, 8 naspram 11 koliko je potrebno EPANET 2.2 metodi. Sa slike 7 je jasno da je za uslove potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA) TRIBAL-ΔQ metoda bila 3.59 puta brža, iako je zahtevala veći broj iteracija proračuna. Obzirom da TRIBAL-ΔQ u uslovima PDA zahteva isti ili manji broj iteracija za konvergenciju, za očekivati je da se dobiju značajnija ubrzanja proračuna (SPU_F), ukoliko se obe metode implementiraju u istom programskom okruženju.



Slika 7. BIN mreža: broj iteracija za DDA i PDA uslove proračuna

U slučaju MOD mreže, koja je u potpunosti prstenasta, TRIBAL-ΔQ metoda u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA) zahteva, na prvi pogled, značajno veći broj iteracija za konvergenciju za sva tri testirana opsega radnih pritisaka. Međutim sa slike 8 se može

zaključiti da je i u uslovima potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA), TRIBAL-ΔQ metoda zahtevala veći broj iteracija ali je sa aspekta računarskog vremena proračun bio 1.47 puta brži. Obzirom na prethodnu diskusiju, ostaje pitanje da li se ova računarska efikasnost ($SPU_F^{MOD} > 1$) može očuvati i u uslovima PDA kada se obe metode implementiraju u istom programskom okruženju.



Slika 8. MOD mreža: broj iteracija za DDA i PDA uslove proračuna

Tačnost proračuna

U tabeli 3 je prikazana tačnost hidrauličkog proračuna koju ostvaruje TRIBAL-ΔQ metoda u poređenju sa referentnom GGA metodom implementiranom u EPANET2.2 softver. Tačnost je ocenjena kroz razlike u rezultatima u odnosu na GGA metodu, i to poređenjem: 1) broja čvorova u kojima dolazi do smanjenja bazne čvorne potrošnje (n_j^{red}); 2) procenta smanjenja potrošnje ($\%_dem_red$) koji se računa kao:

$$\%_dem_red = \frac{\sum_{i=1}^{n_j^{red}} q_i^b - q_i^{red}}{\sum_{i=1}^{n_j^{red}} q_i^b} \times 100 \quad (16)$$

i 3) maksimalne apsolutne razlike u predikciji čvorne potrošnje ($diff_dem$).

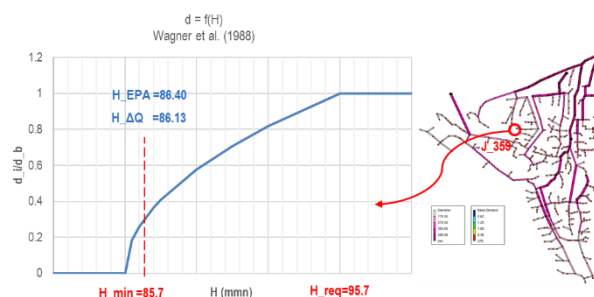
Na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 3 se može zaključiti da su razlike u predikciji čvornih potrošnji u slučaju MOD mreže zanemarljive za sva tri testirana opsega rednih pritisaka. U sva tri slučaja, do smanjenja čvorne potrošnje dolazi u istom broju čvorova, a maksimalna apsolutna razlika u čvornoj potrošnji iznosi 0.002 % za opseg $\Delta H = 30$ m i 0.006 % za opseg $\Delta H = 10$ m.

U slučaju BIN mreže se dobijaju slični rezultati za veće opsege radnih pritisaka $\Delta H = 20$ m i $\Delta H = 30$ m, dok se za opseg od $\Delta H = 10$ m u slučaju ΔQ metode javlja jedan čvor više u kome dolazi do smanjenja čvorne potrošnje, 129 čvorova naspram 128 čvorova u slučaju EPANET 2.2 GGA metode.

Tabela 3. Uporedni prikaz razlika u predikciji čvornih potrošnji za različite opsege pritiska (ΔH)

MREŽA	n_j^{red}		$\%_dem_red$		$diff_dem$	
	ΔH (m)	EPA_2.2	ΔQ	EPA_2.2	ΔQ	
BIN	10	128	129	36.04%	35.60%	1.033
	20	221	221	27.10%	27.04%	0.010
	30	326	326	24.39%	24.35%	0.006
MOD	10	127	127	8.60%	8.55%	0.006
	20	230	230	18.14%	18.12%	0.003
	30	245	245	27.79%	27.77%	0.002

Dodatnom inspekcijom rezultata, zaključeno je da se radi o čvoru J_359, koji se nalazi na slepom kraju granatog dela mreže, značajno udaljen od sva 4 razervoara u mreži. Čvorna potrošnja u ovom čvoru procenjena ΔQ metodom iznosi 1.033 L/s, dok se GGA metodom dobija vrednost 0.0 L/s, odnosno da se u čvoru ne može ostvariti čvorna potrošnja. Sračunata vrednost pijezometarske kote GGA metodom iznosi 86.40 mm, a ΔQ metodom 86.13 mm. Obe vrednosti se nalaze iznad minimalne pijezometarske kote $H_{min} = 85.7$ mm, pri kojoj se može ostvariti potrošnja u čvoru, pa se na osnovu toga može zaključiti da ΔQ metoda u ovom slučaju daje realniji rezultat proračuna.



Slika 9. Rezultati proračuna pritiska u čvoru J_359

ZAKLJUČAK

U radu je predstavljena unapređena TRIBAL- Δ Q metoda za hidraulički proračun u mrežama pod pritiskom, u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA pristup). Validacija metode je ostvarena poređenjem sa referentnom GGA metodom implementiranom u softver EPANET2.2. Testiranje je izvršeno na 2 mreže različite topologije dostupne iz literature.

Poređenje TRIBAL- Δ Q i GGA metoda za hidraulički proračun u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska je izvršeno kroz 2 usvojena kriterijuma: (1) konvergencije proračuna i (2) tačnosti proračuna. Rezultati proračuna upućuju na sledeće zaključke:

1. Δ Q metoda ostvaruje gotovo identične rezultate u proceni čvorne potrošnje kao i referentna GGA metoda,
2. U zavisnosti od topologije mreže, Δ Q metoda ostvaruje konvergenciju u manjem ili većem broju iteracija.

U narednoj fazi istraživanja potrebno je obe metode implementirati u istom programskom okruženju (C++) kako bi se omogućilo direktno poređenje računarske efikasnosti metoda kroz komparaciju računarskog vremena. Na ovaj način bi se omogućila provera pretpostavke da se i u uslovima potrošnje koja zavisi od pritiska (PDA), primenom Δ Q metode mogu ostvariti ubrzanja proračuna u odnosu na GGA metodu, prethodno ostvarena za uslove potrošnje koja ne zavisi od pritiska (DDA).

LITERATURA

- [1] R. Gargano and D. Pianese, "Reliability as Tool for Hydraulic Network Planning," *J. Hydraul. Eng.*, vol. 126, no. 5, pp. 354–364, 2000.
- [2] E. Todini, "Towards realistic extended period simulations (EPS) in looped pipe network," in *8th Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium 2006*, 2006.
- [3] J. Almandoz, E. Cabrera, F. Arregui, E. Cabrera, and R. Cobacho, "Leakage Assessment through Water Distribution Network Simulation," *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 131, no. 6, pp. 458–466, 2005.
- [4] O. Giustolisi, D. Savic, and Z. Kapelan, "Pressure-Driven Demand and Leakage Simulation for Water Distribution Networks," *J. Hydraul. Eng.*, vol. 134, no. 5, pp. 626–635, 2008.
- [5] C. J. Hutton, Z. Kapelan, L. Vamvakeridou-Lyroudia, and D. A. Savić, "Dealing with Uncertainty in Water Distribution System Models: A Framework for Real-Time Modeling and Data Assimilation," *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 140, no. 2, pp. 169–183, 2014.
- [6] C. J. Hutton, Z. Kapelan, L. Vamvakeridou-Lyroudia, and D. Savić, "Application of Formal and Informal Bayesian Methods for Water Distribution Hydraulic Model Calibration," *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 140, no. 11, 2014.
- [7] C. Bragalli, M. Fortini, and E. Todini, "Enhancing Knowledge in Water Distribution Networks via Data Assimilation," *Water Resour. Manag.*, vol. 30, no. 11, pp. 3689–3706, 2016.
- [8] Z. Y. Wu and T. Walski, "Pressure Dependent Hydraulic Modelling for Water Distribution Systems under Abnormal Conditions," in *IWA World Water Congress and Exhibition, 10-14 Sept. 2006, Beijing, China*, 2006.
- [9] B. E. Larock, R. W. Jeppson, and G. Z. Watters, *Hydraulics of Pipeline Systems*. Boca Raton: CRC Press, 1999.
- [10] E. Todini, "on the Convergence Properties of the Different Pipe," pp. 1–16, 2006.
- [11] L. a Rossman, "EPANET 2: users manual," *Cincinnati US Environ. Prot. Agency Natl. Risk Manag. Res. Lab.*, vol. 38, no. September, p. 200, 2000.
- [12] E. Todini and S. Pilati, "A gradient method for the analysis of pipe network," *Int. Conf. Comput. Appl. Water Supply Distrib.*, no. October, 1987.
- [13] H. Cross, "Analysis of flow in networks of conduits or conductors," *Univ. Illinois Bull. Eng. Exp. Stn.*, no. 286, 1936.
- [14] R. Epp and A. G. Fowler, "Efficient Code for Steady-State Flows in Networks," *J. Hydraul. Div.*, vol. 96, no. HY1, pp. 43–56, 1970.
- [15] E. Todini and L. Rossman, "Unified Framework for Deriving Simultaneous Equation Algorithms

- for Water Distribution Networks,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 139, no. 5, pp. 511–526, 2013.
- [16] C. Arsene, A. Bargiela, and D. Al-Dabass, “Modelling and Simulation of Water Systems Based on Loop Equations,” *Int. J. Simul. Syst. Sci. Technol. Spec. Issue Model. Simul. Complex Syst.*, vol. 5, no. 1, pp. 61–72, 2004.
- [17] L. Rossman, W. Hyounghmin, M. Tryby, F. Shang, R. Janke, and T. Haxton, *EPANET 2.2 User Manual*. Cincinnati, Ohio: US Environmental Protection Agency (EPA), 2020.
- [18] B. J. M. Wagner, U. Shamir, and D. H. Marks, “Water distribution reliability: simulation methods,” *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 114, no. 3, pp. 276–294, 1988.
- [19] S. Elhay, O. Piller, J. Deuerlein, and A. R. Simpson, “A Robust, Rapidly Convergent Method That Solves the Water Distribution Equations for Pressure-Dependent Models,” *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 142, no. 2, pp. 1–12, 2016.
- [20] F. Alvarruiz and A. M. Vidal, “Improving the Efficiency of the Loop Method for the Simulation of Water Distribution Systems,” vol. 141, no. 10, pp. 1–10, 2015.
- [21] Z. Vasilic, M. Stanic, Z. Kapelan, D. Ivetic, and D. Prodanovic, “Improved loop-flow method for hydraulic analysis of water distribution systems,” *J. Water Resour. Plan. Manag.*, vol. 144, no. 4, 2018.
- [22] D. Ivetić, Ž. Vasilić, M. Stanić, and D. Prodanović, “Optimizacija mreža pod pritiskom modeliranih Δ Q metodom,” *Vodoprivreda*, vol. 264–266, no. 4–6, pp. 265–274, 2013.
- [23] Ž. V. M. Stanić, “Hidraulički proračun mreža pod pritiskom primenom TRIBAL- Δ Q metode,” *Vodoprivreda*, vol. 53, no. 3/4, pp. 107–118, 2021.
- [24] O. Piller, “Modelling the behaviour of a network: Hydraulic analysis and sampling procedures for parameter estimation,” University of Bordeaux, Bordeaux, France, 1995.
- [25] I. The MathWorks, “MATLAB version 9.13.0 (R2022b).” The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2022.
- [26] E. Todini, A. Farina, A. Gabriele, R. Gargano, and L. A. Rossman, “Comparing alternative PDA solvers with EPANET,” *J. Hydroinformatics*, vol. 24, no. 3, pp. 697–710, 2022.

HYDRAULIC ANALYSIS OF WATER DISTRIBUTION NETWORKS USING TRIBAL- Δ Q METHOD WITH PRESSURE DEPENDENT DEMAND MODEL

by

Željko VASILIĆ, Miloš STANIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

Summary

Hydraulic analysis of pressurized water distribution networks is usually done under the assumption of demand driven approach (DDA), i.e. the nodal demands are fixed and independent of nodal pressure. This is justified if minimal design pressures are always satisfied (e.g. network design procedure). In the case of pipe bursts or excessive water usage, network pressures may fall under the minimal design ones, consequently resulting in system's inability to satisfy the full nodal demands. In such scenarios the use of DDA approach is inadequate as the calculated representation of the pressure and flow distribution in the network will not be a realistic one. The introduction of pressure-demand relation in mathematical model of the network is mandatory to overcome this shortcoming of DDA approach. This approach, known as Pressure Driven Approach (PDA), accounts for the lowered nodal

demand as a function of available nodal pressure. In this paper the original TRIBAL- Δ Q method, based on the loop-flow formulation of governing equations is improved to incorporate the PDA approach for hydraulic analysis of the network. The method is validated using comparison of results with EPANET 2.2 software, which uses the node based formulation of governing equations and is globally considered as the referent solver for network hydraulics. The improved TRIBAL- Δ Q method is tested on several networks of different complexities and preliminary results with sensitivity analysis indicate that TRIBAL- Δ Q method is equally accurate and numerically stable as the referent solver of EPANET 2.2.

Key words: Hydraulic analysis, Δ Q method, Water distribution network