

AGREGACIJA PRIORITETA U GRUPNIM PRIMENAMA ANALITIČKOG HIJERARHIJSKOG PROCESA U VODOPRIVREDI

Bojan SRĐEVIĆ

Univerzitet u Novom Sadu, Poljoprivredni fakultet
Departman za uređenje voda
Grupa za sistemsku analizu i donošenje odluka

REZIME

U grupnim primenama poznatog višekriterijumskog metoda AHP koriste se razne agregacione (objedinjavajuće) šeme preko kojih se individualni sudovi članova grupe o značaju elemenata odlučivanja grupišu i zatim preko odabranog metoda prioritizacije generišu težine tih elemenata. Kada se metod koristi tako da se implicira odsustvo konsenzusa među članovima grupe, objedinjavanje pojedinačnih vrednovanja i odluka ima karakter nepristrasnosti i rezultat (grupna odluka) je u velikoj meri objektivan. Data su dva primera iz oblasti vodoprivrede i pokazano je da agregacije geometrijskim osrednjavanjem i putem primene grubih brojeva na svim pozicijama matrice poređenja (karakteristične za AHP), posle izvršene prioritizacije, daju težine koje se kod najviše rangiranih elemenata odlučivanja značajno razlikuju. To je posebno važno u problemima odlučivanja kada se vrši alokacija resursa (npr., količine vode korisnicima ili definisanje kapaciteta crpnih stanica u sistemima navodnjavanja). Grubi brojevi daju nižu težinu najviše rangiranom elementu odlučivanja, a često se povećavaju težine niže plasiranih elemenata – suprotno od vrednosti težina dobijenih putem geometrijskog osrednjavanja. Zaključci ukazuju na potrebu daljeg ispitivanja efekata mogućih objedinjavanja individualnih odluka u grupi.

Ključne reči: donošenje odluka; grupa; agregacija stavova; AHP

Podaci o prihvatanju članka

Primljen: 7.12.2023.

Ispravljen: -

Prihvaćen: 24.1.2024.

Kontakt: bojan.srdjevic@polj.uns.ac.rs

1. UVOD

Odlučivanje uz podršku AHP (*Analytic Hierarchy Process*) [10] metoda za višekriterijumsku analizu neprestano privlači pažnju naučne i profesionalne zajednice. U grupnim postavkama, uloga AHP-a se proširuje iz individualnog u participativni okvir. AHP je originalno razvijen za individualnu upotrebu i primene na probleme donošenja odluka koji se mogu strukturirati kao hijerarhija elemenata odlučivanja. Ukratko, najopštiji slučaj primene AHP-a je u tretiranju hijerarhija sa tri nivoa, gde je cilj na vrhu hijerarhije, skup kriterijuma se nalazi na nivou ispod, a alternative su na trećem nivou u silaznom smeru. Kriterijumi se upoređuju u parovima po važnosti u odnosu na cilj, a zatim se sve alternative upoređuju u parovima prema svakom kriterijumu. Poređenje elemenata na datom nivou obično se vrši korišćenjem skale značajnosti [10] sa 9 gradacija i kreiraju se matrice poređenja. Pošto su poređenja završena na nivou kriterijuma i nivou alternativa, odabrani matični ili optimizacioni metod se koristi kako bi se iz svih matrica odredile lokalne težine kriterijuma u odnosu na cilj i lokalne težine alternativa u odnosu na kriterijume. Konačna sinteza lokalnih težina proizvodi globalne težine alternativa na dnu hijerarhije u odnosu na cilj na vrhu hijerarhije. Generalno, to je kako AHP funkcioniše. Treba pomenuti da postoje desetine metoda za određivanje težina elemenata koji su poređeni pri kreiranju matrica. Dobri pregledi ovih metoda koji se najčešće imenuju kao 'prioritizacioni' dostupni su u [5,7,13].

Ako se AHP koristi od strane pojedinca, rezultirajuće težine poređenih elemenata iz date matrice ukazuju na pojedinačne preference koje se mogu izraziti u procentima i koristiti za određeni problem alokacije, na primer, za dodelu novčanih sredstava ili zapreminskih ili površinskih resursa. Istovremeno, težine kao kardinalni

podaci mogu se koristiti za rangiranje elemenata odlučivanja iz date matrice. Ova 'ordinalna karakteristika' može imati ulogu u problemima u kojima rangiranje po važnosti može dovesti do dalje upotrebe ordinalnih brojeva paralelno ili u kombinaciji sa metodama socijalnog izbora, kao što su preferencijalni metod glasanja Borda brojanje (*Borda Count*), ili ne-preferencijalni metod tzv. odobrenog glasanja (*Approval Voting*) [13].

Upotreba AHP-a u grupnim postavkama može biti raznovrsna. Opšti slučajevi su kada postoji bilo kakva vrsta direktnog komuniciranja među pojedincima. Tada se može reći da zajedničko (grupno) rešenje ima više ili manje karakteristika saglasnosti (konsenzusa) između pojedinaca. Drugi tipičan slučaj je kada pojedinci deluju bez direktnog komuniciranja, tako da, nakon što je AHP primena završena pojedinačno, treba da se koristi određena šema agregacije kako bi se došlo do grupnog rešenja.

U terminologiji AHP-a, agregacija pojedinačnih ocena članova grupe (sa Satijeve skale značajnosti) na svakoj poziciji matrice poređenja naziva se AIJ (*Aggregation of Individual Judgments*). Ova agregacija se može uraditi na dva načina, putem aditivnog ili geometrijskog osrednjavanja. U drugom slučaju, mogu se dodeliti težine članovima grupe i tada se radi o težinskoj geometrijskoj agregaciji; treba, međutim, napomenuti da davanje težina pojedincima nije uobičajeno. Nakon što je AIJ agregacija završena na jedan od opisanih načina, metod prioritizacije računa težine poređenih elemenata.

Agregacija pojedinačno dobijenih težina nakon obavljene prioritizacije naziva se AIP (*Aggregation of Individual Priorities*). Obično se vrši kao težinsko geometrijsko osrednjavanje ako su članovima grupedodeljene različite težine. Ako su težine iste, agregacija je obično geometrijsko osrednjavanje.

Uključivanje teorije grubih brojeva u kontekst grupne primene AHP-a predstavlja uzimanje u obzir nejasnosti i neodređenosti koje često postoje u situacijama donošenja odluka. Treba napomenuti da se ne radi o fazi konceptu koji tretira slične situacije ali na drugi način. Grubi brojevi omogućavaju realniji i fleksibilniji pristup rukovanju pojedinačnim ocenama značajnosti elemenata odlučivanja. Istovremeno, grubi brojevi omogućavaju da se pojedinačni sudovi o značajnosti obrađuju direktno, umesto da se oslanjaju, npr., isključivo na tradicionalnu tehniku agregacije AIJ.

Logika teorije grubih brojeva na nivou AHP je da podaci (sudovi) dobijeni na svakom mestu matrice poređenja od strane članova grupe stvaraju sekvence brojeva sa Satijeve skale koje 'govore same za sebe', bez potrebe za bilo kojom agregacijom. Poenta je u tome da sekvence i postupak za izračunavanje njihovih gornjih i donjih granica kao grubih brojeva obezbeđuju da se značaj svakog elementa odlučivanja proceni uzimajući u obzir samo podatke iz sekvenci, bez dodatne pristrasne ili nepristrasne interpretacije tih podataka.

2. AHP VREDNOVANJE I KONZISTENTNOST

Metod AHP je matematički matrično orijentisan jer se u centru metoda nalazi matrica poređenja elemenata odlučivanja na datom nivou hijerarhije prema elementima u višem nivou; npr. alternative se porede po značaju u odnosu na kriterijume u višem nivou hijerarhijskog stabla.

Kada ima više donosilaca odluka (DO) koji čine grupu, AHP se tretira kao grupni model. Svaki član grupe poredi elemente u datom nivou hijerarhije po principu svaki-sa-svakim koristeći Satijevu skalu sa 9 nivoa preferenci, odnosno 17 stepeni poređenja (kada se uzimaju oba dela skale, linearni 1-9 i nelinearni 1/9-1/2), Tabela 1. Skalu je uveo autor metoda [9,10] i ista se najčešće koristi, iako postoje i druge [11].

Tabela 1. Satijeva skala relativnog značaja

$$S = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\}$$

S	Definicija
1	Isti značaj
3	Slaba dominantnost
5	Jaka dominantnost
7	Veoma jaka dominantnost
9	Apsolutna dominantnost
2,4,6,8	Međuvrednosti

Ako ima n elemenata koji se porede kreira se matricadimenzije $n \times n$, relacija (1). Pri poređenju elemenata i i j DO dodeljuje broj a_{ij} u matrici A . Npr., ako DO smatra da je element i jako dominantan u odnosu na element j u odnosu na element u gornjem nivou hijerarhije, za vrednost a_{ij} upisuje se broj 5, a u simetričnom polju (u odnosu na glavnu dijagonalu matrice) recipročni broj $a_{ji}=1/5$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Matrica (1) je kvadratna, pozitivna i simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu. Na glavnoj dijagonali su jedinice, u gornjem trouglu ima $n \times (n-1)/2$ brojeva iz skupa 17 mogućih vrednosti (S) sa skale, dok su u donjem trouglu recipročne vrednosti $a_{ji} = 1/a_{ij}$.

Kada grupa ima G članova, svaki član formira jednu matricu poređenja tipa (1). Na osnovu vrednosti sadržanih u matrici izračunava se vektor težina poređenih elemenata w_i ($i=1, \dots, n$). Težine su kardinalna informacija o značaju elemenata na osnovu kojih se utvrđuju i njihovi rangovi kao ordinalna informacija.

Računanje težina elemenata poređenja vrši se nekim od metoda prioritizacije. Opis najčešće korišćenih metoda dat je u radu [14], kao i u mnogim drugim referentnim radovima [1, 5, 6, 7].

Matrice ranga većeg od 3 po pravilu su nekonzistentne iz više mogućih razloga. Jedan je narušavanje pravila tranzitivnosti, koje glasi da je $a_{ik} = a_{ij} \times a_{jk}$ za svako i, j i k . Dva su osnovna razloga za to: Satijeva skala koja ima konačan i tačno određen skup od 17 mogućih vrednosti, a drugi (češći) je da je DO nekonzistentan. Mere za utvrđivanje nekonzistentnosti su:

(1) CR – *Consistency Ratio* – kada se prioritizacija vrši metodom EV (sopstvene vrednosti) ili aditivnim metodom AN [14],

(2) ED – *Euclidean Distance* – zbir svih kvadratnih odstupanja izračunatih odnosa težina w_i/w_j od korespondentnih vrednovanja a_{ij} iz matrice (1) i

(3) MV – *Minimum Violation* – mera narušavanja odnosa između w_i/w_j i a_{ij} koja predstavlja zbir brojeva 0, 0.5 ili 1 na celoj matrici, koji (brojevi) se na svakoj poziciji matrice dodeljuju prema tome da li su odnosi w_i/w_j i a_{ij} istog znaka ili ne.

Mere ED i MV obično se koriste kod svih metoda prioritizacije.

Mera konzistentnosti CR treba da bude manja 0.1 (prihvatljiva nekonzistentnost), a mere ED i MV treba da budu što manje. Nema utvrđenih vrednosti limita za poslednje dve mere; najbolje je kada su te vrednosti 0.

3. DIREKTNA AGREGACIJA PRIORITETA

Forman i Peniwati [4] sugerišu da, u zavisnosti od usvojenog pristupa, postoje tri mogućnosti za direktno objedinjavanje pojedinačnih mišljenja članova grupe. Prva je da objedine pojedinačne ocene na svakoj poziciji u matrici. Druga je da se objedine pojedinačni vektori težina posle završene prioritizacije. Treća mogućnost je da individualno dobijene težine objedine u svakom čvoru hijerarhije. Prva se obično naziva agregacija pojedinačnih sudova (AIJ); druga se naziva agregacija pojedinačnih prioriteta (AIP); treća mogućnost se manje koristi (tačnije, nema zabeleženih slučajeva ove agregacije).

Takođe se argumentuje da su AIJ i AIP filozofski različite okolnosti [4]. Da li treba koristiti AIJ ili AIP zavisi od toga da li grupa želi da deluje kao sinergistička celina ili samo kao grupa pojedinaca. Što se tiče grupnih agregacija, dodatno pitanje je kako dodeljivati težine pojedincima ako se ne želi da su težine jednake, te kako ih koristiti u agregaciji.

Pretpostavimo da članovi grupe procenjuju određeni broj elemenata odlučivanja u odnosu na dati element u višem nivou hijerarhije AHP-a, na primer, kriterijume u odnosu na cilj. Svaki pojedinac kreira matricu poređenja koristeći Satijevu skalu iz Tabele 1. Ako pojedinci žele da se ponašaju kao sinergetička grupa, moguće je primeniti AIJ tip agregacije na dva načina. Prvi način je da se izračuna aritmetička srednja vrednost na svim pozicijama u zajedničkoj matrici poređenja, a druga opcija je da se to uradi geometrijski. U oba slučaja, metoda prioritizacije trebalo bi da se primeni na rezultirajuću grupnu matricu. Iz psihologije je poznato da se u prvom slučaju može očekivati više 'optimističkih' ishoda prioritizacije. Nasuprot tome, geometrijska agregacija na neki način 'izravnava' ekstremne sudove i daje 'pesimističniji' konačni ishod. Ovaj slučaj se smatra prihvatljivijim jer suzbija moguća velika odstupanja u posmatranim sudovima. Razlika u AIJ aplikacijama lako se može primetiti ako su dva ekstremna suda 9 i 1/9. Aritmetička sredina sudova je $(9+1/9)/2 = 4,56$, a geometrijska je 1. Semantički deo skale iz Tabele 1 ukazuje da u prvom slučaju jedan element skoro jako dominira nad drugim, dok u drugom slučaju nema dominacije između elemenata. U situacijama gde može doći do nesuglasnosti i/ili značajnih nesuglasica prilikom prikupljanja pojedinačnih sudova, češće korišćeni AIJ metod je geometrijsko osrednjavanje (GMM), opisan u nastavku.

Pretpostavimo da je težina w_k dodeljena pojedincu k u grupi od M pojedinaca. Za određeni element odlučivanja (na primer, kriterijum) C_i i njegovu rezultirajuću težinsku vrednost z_{ik} , agregacija se vrši primenom relacije (2), uz pretpostavku da je težina pojedinca w_k :

$$z_i^g = \sum_{k=1}^M z_{ik}^{w_k} \quad (2)$$

Vrednost z_i^g je grupna težina kriterijuma C_i . Pre primene relacije (2), težine individua w_k treba normalizovati tako da u zbiru budu jednake 1.

Forman i Peniwati [4] pružaju zanimljivu diskusiju o pitanju agregacije i tvrde da u većini slučajeva grupnog odlučivanja, upotreba GMM nije kršila Pareto princip.

4. AGREGACIJA KORIŠĆENJEM GRUBIH BROJEVA

Primena teorije grubih skupova u objedinjavanju sudova članova grupe (u grupnim primenama AHP-a) predstavlja alternativni pristup standardnim metodama sinteze pojedinačnih mišljenja bez saglasnosti. Teorija grubih skupova je predstavljena početkom 1980-ih [8], a brojni autori su doprineli njenom daljem razvoju i razradi kroz primene (npr. [2, 3]). Kao i fazi teorija, teorija grubih skupova bavi se neizvesnostima koje postoje u stvarnom okruženju. Ideja je uspostaviti približne granice za dati skup brojeva. Nema parametara koji posredno tretiraju neodređenost, već se smatra da postojeća struktura podataka govori sama za sebe[2].

U kontekstu grupnog korišćenja metoda AHP, matrice članova grupe se objedinjuju u jednu matricu. Na svakoj poziciji zajedničke matrice formira se sekvenca u kojoj su pojedinačne ocene članova. Ako ima M članova, dužina svake sekvence je M , a brojevi u sekvenci su vrednosti sa Satijeve skale, dakle iz opsega od 17 mogućih vrednosti (1/9, 1/8, ..., 1/2, 1, 2, 3, ..., 9).

U verziji AHP sa grubim brojevima, grupna matrica A^g , dobijena na osnovu vrednovanja M pojedinaca, sadrži sekvence $a_{ij}^g = \{a_{ij}^1, a_{ij}^2, \dots, a_{ij}^M\}$ za svaku ij poziciju u matrici. Za svaku sekvencu određuju se grubi brojevi $RN(a_{ij}^m) = [a_{ij}^{mL}, a_{ij}^{mU}]$ ($m = 1, \dots, M$) po metodu opisanom u [15,16] i sažeto prikazanom u radu [11]. Superskriptovi L and U se odnose na donju i gornju granicu grubog broja RN u datoj ij poziciji grupne matrice A^g :

$$RN(a_{ij}^g) = \{[a_{ij}^{1L}, a_{ij}^{1U}], [a_{ij}^{2L}, a_{ij}^{2U}], \dots, [a_{ij}^{ML}, a_{ij}^{MU}]\}. \quad (3)$$

Konverzijom se svaka sekvenca transformiše u srednju donju i gornju granicu grubog broja za datu poziciju ij u matrici:

$$RN(a_{ij}^{g(ave)}) = [a_{ij}^{g(ave)L}, a_{ij}^{g(ave)U}] \quad (4)$$

gde je:

$$RN(a_{ij}^{g(ave)L}) = (1/M) \cdot (a_{ij}^{1L} + a_{ij}^{2L} + \dots + a_{ij}^{ML}) \quad (5)$$

$$RN(a_{ij}^{g(ave)U}) = (1/M) \cdot (a_{ij}^{1U} + a_{ij}^{2U} + \dots + a_{ij}^{MU}). \quad (6)$$

Grube grupne težine određuju se prema relaciji (7) korišćenjem grubih brojeva iz relacija (5) i (6).

$$\begin{aligned} RN(w_i^g) &= [w_i^{gL}, w_i^{gU}] = \\ &= \left[\sqrt[M]{\prod_j^M RN(a_{ij}^{g(ave)L})}, \sqrt[M]{\prod_j^M RN(a_{ij}^{g(ave)U})} \right], \\ &i=1,2, \dots, M. \end{aligned} \quad (7)$$

Osrednjavanje (8) i normalizacija (9) daju konačne grupne težine elemenata odlučivanja (npr. kriterijuma):

$$w_i^g = \left(\frac{1}{2}\right) (w_i^{gL} + w_i^{gU}), \quad i=1,2, \dots, M. \quad (8)$$

$$w_i^{gFIN} = w_i^g \cdot \left[\sum_{j=1}^M w_j^g\right]^{-1}, \quad i=1, \dots, M. \quad (9)$$

Grube težine (9) dobijene su sa bazičnom pretpostavkom da su pojedinačne ocene na svakoj poziciji zajedničke matrice (1) omogućile nepristrasno objedinjavanje prema teoriji grubih brojeva, odnosno da su podaci (pojedinačne ocene) "govorili sami za sebe" umesto da se vrši bilo kakva agregacija, kao što je to slučaj, na primer, kod AIJ postupka [4]. Važno je napomenuti da grubi AHP ne tretira pitanja doslednosti pojedinaca ili pojedinačnih odstupanja pojedinaca od grupe koje se obično mere preko indikatora konformnosti, euklidske metrike za greške, ili rastojanjima kao što su Manhattan ili Jackard.

5. PRIMERI

5.1. Primer #1: Mere za ublažavanje posledica suše u vlažnom području

Da se ilustruju načini agregacije individualnih sudova članova grupe, izveden je sledeći naučni eksperiment. Identifikovano je sedam mera (M1-M7) koje bi mogle obezbediti adekvatnu zaštitu, obnovu i upravljanje datim vlažnim područjem u Srbiji. Prema radu [17] odabrane su sledeće mere (po proizvoljnom redosledu važnosti):

- M1 - Obnova poplavnih ravnica (*floodplain restoration*)
- M2 - Poboljšanje staništa (*habitat improvement*)
- M3 - Sprečavanje ili kontrola štetnih uticaja invazivnih vrsta (*prevention or control of the adverse impacts of invasive species*)
- M4 - Promene politike (*policy changes*)
- M5 - Kampanja ekološkog obrazovanja i podizanja svesti (*environmental education & awareness campaign*)
- M6 - Pojednostavljivanje procesa donošenja odluka (*streamlining the decision-making process*)
- M7 - Primena rešenja zasnovanih na prirodi (*application of nature-based solutions*).

Ove mere koje mogu smanjiti i ublažiti rizike od suše na datom području procenjivalo je 12 pozvanih stručnjaka (E1-E12) iz različitih sektora, uključujući ekonomski, ekološki, društveni, poljoprivredni, vodoprivredni i šumarski. Iz razloga anonimnosti, stručnjaci se dalje ne evidentiraju po pripadnosti pojedinačnim sektorima.

Svaki stručnjak je samostalno ocenjivao značajnost mera M1-M7 prema Satijevoj skali iz Tabele 1.

Primer matrice ocena za stručnjaka E7 dat je u Tabeli 2. Vrednosti u donjem trouglu matrice (osenčeni deo) su recipročne vrednosti ocena u gornjem (neosenčenom) trouglu, simetrično u odnosu na glavnu dijagonalu.

Zbog sažetosti teksta, vrednosti iz svih 12 matrica kreiranih od strane eksperata kodirane su samo za gornji trougao i red po red prikazane u Tabeli 3. Podestimo da se popunjavanje svake matrice vrši automatski unošenjem recipročnih vrednosti iz gornjeg u donji trougao, simetrično u odnosu na glavnu dijagonalu.

Tabela 2. Matrica poređenja mera kreirana od strane stručnjaka E7

Mere	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1	1	1	1	1/4	7	7	1
M2	1	1	1/3	1/4	5	5	1
M3	1	3	1	1	5	6	1
M4	4	4	1	1	9	9	1/3
M5	1/7	1/5	1/5	1/9	1	1/3	1/5
M6	1/7	1/5	1/6	1/9	3	1	1/5
M7	1	1	1	3	5	5	1

Tabela 3. Kodirane matrice ocena dobijenih od stručnjaka u grupi –kodirane vrednosti sa Satijeve skalesu date red po red samo za gornji trougao*

<i>Kodirane vrednosti sa Satijeve skale*</i>																						
E1:	1	7	5	1	1	3	1	5	1	1	3	5	2	2	5	1	1	1	3	5	2	
E2:	5	3	6	2	2	1	2	4	3	2	2	3	11	11	1	10	12	13	3	12	3	
E3:	4	7	6	9	6	2	4	4	6	3	10	10	4	3	15	4	10	14	15	17	14	
E4:	3	3	12	13	13	3	3	12	13	13	2	13	13	13	1	1	1	7	1	4	4	
E5:	3	7	5	5	5	3	5	5	5	5	1	12	12	12	15	1	1	11	1	13	13	
E6:	3	4	5	1	1	5	5	3	3	3	5	13	15	15	11	11	11	1	3	5	5	
E7:	1	1	12	7	7	1	11	12	5	5	1	1	5	6	1	9	9	11	11	13	13	
E8:	5	5	7	3	5	3	5	5	5	7	5	3	7	9	7	9	3	3	1	1	1	
E9:	9	3	3	3	3	1	3	2	3	4	4	3	3	3	1	2	2	4	7	8	7	
E10:	3	4	5	1	2	1	3	3	10	2	1	2	14	14	15	12	10	13	12	2	1	
E11:	3	5	7	1	3	2	3	5	11	1	10	3	13	11	12	15	11	13	3	2	10	1
E12:	5	9	7	5	5	5	4	3	10	10	1	10	13	13	15	11	11	11	1	3	3	1

*Kodna šema za konvertovanje vrednosti sa Satijeve skale i komprimovanu prezentaciju ocena u matricama poređenja.

Satijeva skala*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
Kod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

5.1.1 Geometrijska agregacija (AIJ)

Geometrijskim osrednjavanjem ocena na svim pozicijama pojedinačnih matrica (AIJ agregacija), dobijena je matrica prikazana u Tabeli 4. Težine mera dobijene metodom sopstvenih vrednosti (EV) na matricu u Tabeli 2 date su u poslednjoj vrsti Tabele 4. Podsetimo da je metod sopstvenih vrednosti predložio autor AHP [9] i taj metod se često koristi za računanje

težina poređenih elemenata odlučivanja (ovde mera za smanjenje rizika od suša).

Kada se koristi EV metod prioritizacije uobičajeno se računa i pokazatelj nekonzistentnosti (CR – Consistency Ratio) čija je vrednost u slučaju AIJ agregirane matrice samo 0.016, daleko ispod tolerantne vrednosti 0.100. Ukupno Euklidsko rastojanje (ED) za ovu matricu je malo i iznosi 2,032, a koeficijent narušavanja rangova MV takođe je malii jednak je 1.

Tabela 4. Geometrijski osrednjene ocene 7 mera od strane 12 eksperata (AIJ agregacija)

Mere	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1	1	3,19	4,24	3,26	2,05	2,41	2,12
M2	0,31	1	2,63	2,38	1,62	1,92	1,61
M3	0,24	0,38	1	1,06	0,70	0,74	0,57
M4	0,31	0,42	0,94	1	1,02	0,84	0,63
M5	0,49	0,62	1,43	0,98	1	1,17	1,22
M6	0,42	0,52	1,36	1,19	0,85	1	1,19
M7	0,47	0,62	1,75	1,58	0,82	0,84	1
Težine	0,314	0,179	0,076	0,086	0,119	0,109	0,117
Rangovi	1	2	7	6	3	5	4

5.1.2. Aditivna agregacija

Ako se primeni aditivna agregacija (standardno osrednjavanje ocena), grupna matrica je prikazana u Tabeli 5. Istim postupkom kao i za matricu dobijenu geometrijskom agregacijom dobija se vektor težina

mera M1-M7 dat u poslednjoj vrsti tabele. Parametri konzistencije su: CR=0,085, Euklidsko rastojanje ED=5,522 i koeficijent narušavanja rangova MV=0. Osim poslednjeg (MV), vrednosti parametara CR i ED su nepovoljnije nego kod geometrijske agregacije.

Tabela 5. Aditivno osrednjene ocene 7 mera od strane 12 eksperata

Mere	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1	1	3,75	4,83	4,71	3,18	3,35	2,50
M2	0,27	1	3,19	3,29	2,71	2,81	2,17
M3	0,21	0,31	1	1,80	1,87	2,05	1,43
M4	0,21	0,30	0,55	1	2,38	1,60	1,48
M5	0,31	0,37	0,53	0,42	1	1,98	2,56
M6	0,30	0,36	0,49	0,62	0,51	1	2,26
M7	0,40	0,46	0,70	0,68	0,39	0,44	1
Težine	0,364	0,202	0,109	0,094	0,090	0,073	0,067
Rangovi	1	2	3	4	5	6	7

5.1.3. Agregacija preko grubih brojeva

Primenom grubih brojeva i metoda računanja datih relacijama (3)-(9) dobijene su vrednosti donjih i gornjih granica sekvenci ocena svih 12 eksperata na svakoj poziciji grupne matrice, Tabela 6(ab).

Tabela 7 sadrži težine mera prema agregaciji izvedenom primenom teorije grubih brojeva. Poređenjem sa rezultatima grupne geometrijske agregacije AIJ iz Tabele 4, vidi se da su rangovi mera identični, ali da je kod grubih brojeva težina najviše rangirane mere M1 značajno niža (0,250 prema 0,314), u procentima 20,4%.

Težina drugoplasirane mere M2 je niža za 14% (0,154 prema 0,179).

Od trećeplasirane mere prema niže rangiranim merama odnos menja smer, odnosno grube težine su veće od AIJ težina; npr. za najniže rangiranu meru M3 povećanje kod grugih brojeva je 23,6%.

Dobijeni rezultat je u saglasnosti sa ranije dobijenim rezultatima [11]: grubi brojevi obaraju težinu najviše rangiranih i podižu težinu najniže rangiranih elemenata odlučivanja.

Tabela 6(ab). Donje i gornje granice sekvenci ocena (7 mera; 12 stručnjaka)

a) Donja granica

Mere	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1	1	3,31	4,38	3,77	2,07	2,64	2,46
M2	0,38	1	2,66	2,80	2,12	1,96	1,58
M3	0,24	0,36	1	1,26	0,91	1,03	0,79
M4	0,41	0,49	1,00	1	1,25	0,83	0,70
M5	0,52	0,54	1,85	0,91	1	1,37	1,38
M6	0,40	0,46	1,60	1,17	0,82	1	1,23
M7	0,49	0,67	1,96	1,75	1,07	0,92	1

b) Gornja granica

Mere	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1	1	6,94	7,55	6,87	6,36	5,56	4,01
M2	0,67	1	4,81	4,97	5,18	5,35	4,43
M3	0,52	1,20	1	3,28	4,57	4,95	3,27
M4	1,91	2,07	3,77	1	5,60	3,82	3,52
M5	1,98	2,53	5,40	3,68	1	3,68	5,01
M6	1,99	2,10	5,42	2,93	3,61	1	4,47
M7	1,01	1,40	6,34	4,69	4,90	3,87	1

Tabela 7. Težine mera dobijene agregacijom preko grubih brojeva

Težine	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7
Donje vrednosti	2,568	1,522	0,699	0,761	0,985	0,862	1,014
Gornje vrednosti	4,705	2,953	2,047	2,727	2,925	2,710	2,598
Srednje vrednosti	3,637	2,238	1,373	1,744	1,955	1,786	1,806
Konačne težine (normalizovane srednje vrednosti)	0,250	0,154	0,094	0,120	0,134	0,123	0,124
Rangovi	1	2	7	6	3	5	4

5.2. Primer #2: Kriterijumi za vrednovanje ramsarskih područja

Ovaj primer je uzet iz rada [12]. Da bi se obezbedila dobra zaštita, obnova i upravljanje za šest ramsarskih područja u Vojvodini (Gornje Podunavlje, Koviljsko-Petrovaradinski rit, Obedska Bara, Carska Bara, Zasavica i Slano Kopovo), sedam stručnjaka (E1-E7) iz

različitih sektora ekologije, vodoprivrede, šumarstva i poljoprivrede procenjivalo je osam kriterijuma (C1-C8) po kojima bi se mogla rangirati navedena područja i prema tome usmerila pažnja društva i nadležnih institucija po gore navedenim pitanjima održive budućnosti Ramsara. Kao i u prethodnom primeru, anonimnost stručnjaka se zadržava van daljih izlaganja,

a odnosi na njihovo obrazovanje, ekspertizu i pripadnost pojedinačnim sektorima.

Svaki stručnjak je prema Satijevoj skali iz Tabele 1 samostalno ocenjivao značajnosti sledećih kriterijuma: (1) nivo zaštićenosti staništa biljaka i životinja; (2) biodiverzitet; (3) režim voda; (4) namene; (5) geografski položaj; (6) turizam i obrazovanje; (7) kvalitet voda; (8) kulturni značaj.

Primer matrice ocena za stručnjaka E3 dat je u Tabeli 8. Vrednosti u donjem trouglu matrice (osenčeni deo) su recipročne vrednosti ocena u gornjem (neosenčenom) trouglu, simetrično u odnosu na glavnu dijagonalu.

Sve matrice dobijene od eksperata su u kodiranom vidu prikazane u Tabeli 9.

5.2.1 Geometrijska agregacija (AIJ)

Geometrijskim osrednjavanjem ocena na svim pozicijama sedam matrica dobijenih od eksperata, AIJ agregacijom dobijena je matrica prikazana u Tabeli 10. Težine kriterijuma su ponovo dobijene metodom sopstvenih vrednosti (EV) primenjenom na matrice date u kodiranom formatu u Tabeli 9, i prikazane su u poslednjoj vrsti Tabele 10.

Parametri konzistentnosti su u ovom slučaju $CR = 0,026$, ponovo daleko ispod tolerantne vrednosti 0,100. Ukupno Euklidsko rastojanje za ovu matricu je malo i iznosi 4,159, a koeficijent narušavanja rangova MV je 2.

Tabela 8. Matrica poređenja Ramsara kreirana od strane stručnjaka E3

Kriterijumi	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	1	5	3	7	3	1	3
C2		1	2	3	5	4	2	5
C3			1	3	5	3	2	4
C4				1	3	3	1/3	3
C5					1	1/3	1/6	5
C6						1	1/3	3
C7							1	5
C8								1

Tabela 9. Kodirane matrice ocena dobijenih od stručnjaka u grupi: kodirane vrednosti sa Satijeve skale su date red po red samo za gornji trougao*

Kodirane vrednosti sa Satijeve skale*																												
E1:	1	11	6	4	3	11	5	11	6	4	3	11	5	8	6	5	1	7	11	12	16	10	10	14	2	13	3	7
E2:	11	12	5	8	7	12	8	10	5	8	7	10	8	5	9	7	1	9	5	3	13	5	13	17	1	15	5	9
E3:	1	5	3	7	3	1	3	2	3	5	4	2	5	3	5	3	13	4	3	3	11	3	11	14	5	11	3	5
E4:	1	13	5	5	7	2	9	11	5	7	7	2	9	7	7	8	4	9	5	3	13	5	2	13	3	11	2	4
E5:	1	6	4	7	5	5	3	6	4	7	5	5	3	11	2	10	10	13	6	5	5	11	12	12	14	1	12	12
E6:	12	3	13	3	11	13	3	3	3	5	3	4	5	10	4	11	13	5	6	3	2	6	13	15	11	11	5	5
E7:	1	11	3	3	7	1	3	12	7	3	7	1	5	3	3	11	11	3	3	7	5	5	11	13	15	13	1	5

*Kodna šema za konvertovanje vrednosti sa Satijeve skale i komprimovanu prezentaciju ocena u matricama poređenja.

Satijeva skala*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
Kod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

Tabela 10. Geometrijski osrednjene ocene 8 kriterijuma od strane 7 eksperata (AIJ agregacija)

Kriterijumi	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	0,70	0,91	2,71	4,93	3,39	0,77	4,34
C2	1,43	1	0,91	4,51	5,30	4,83	1,45	5,41
C3	1,10	1,10	1	2,37	4,63	1,73	0,60	3,53
C4	0,37	0,22	0,42	1	3,09	2,55	0,70	2,33
C5	0,20	0,19	0,22	0,32	1	0,38	0,17	0,81
C6	0,29	0,21	0,58	0,39	2,64	1	0,30	1,96
C7	1,29	0,69	1,68	1,43	5,82	3,35	1	3,60
C8	0,23	0,18	0,28	0,43	1,23	0,51	0,28	1
Težine	0,175	0,246	0,165	0,093	0,033	0,063	0,186	0,041
Rangovi	3	1	4	5	8	6	2	7

5.2.2. Aditivna agregacija

Aditivnom agregacijom dobijena je grupna matrica prikazana kao Tabel 11. Težine kriterijuma su date u poslednjoj vrsti ove tabele a parametri konzistentnosti su:

CR = 0,053, dovoljno ispod tolerantne vrednosti 0,100. Ukupno Euklidsko rastojanje za ovu matricu je 7,148, a koeficijent narušavanja rangova MV je 1.

Tabela 11. Aditivno osrednjene ocene 8 kriterijuma od strane 7 eksperata

Kriterijumi	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	0,80	2,16	3,74	5,29	4,62	1,40	4,86
C2	1,25	1	1,77	4,71	5,57	5,14	2,12	5,71
C3	0,46	0,56	1	3,83	5,14	3,45	1,03	5,31
C4	0,27	0,21	0,26	1	4,05	3,46	1,84	3,55
C5	0,19	0,18	0,19	0,25	1	0,55	0,18	1,66
C6	0,22	0,19	0,29	0,29	1,83	1	0,36	2,75
C7	0,72	0,47	0,97	0,54	5,66	2,75	1	5,04
C8	0,21	0,17	0,19	0,28	0,60	0,36	0,20	1
Težine	0,225	0,260	0,170	0,106	0,033	0,049	0,129	0,029
Rangovi	2	1	3	5	7	6	4	8

5.2.3. Agregacija preko grubih brojeva

Primenom grubih dobijene su vrednosti donjih i gornjih ganica sekvenci ocena 7 eksperata na svakoj poziciji grupne matrice, Tabela 12(ab). Tabela 13 sadrži težine kriterijuma prema agregaciji izvedenoj primenom teorije grubih brojeva. Poređenjem sa rezultatima grupne geometrijske agregacije AIJ iz Tabele 10, vidi se da je kod grubih brojeva težina najviše rangiranog kriterijuma C2 značajno niža (0,208 prema 0,246), u

procentima 15,4%. Težina drugoplasiranog kriterijuma C7 je identična kao kod geometrijske agregacije. Rangiranje kriterijuma C1 i C3 se kod ove dve agregacije razlikuje (obrnuto redosled) ali su težine približno iste (uporediti težine iz Tabela 10 i 13). I ovi rezultati su u saglasnosti sa ranije dobijenim rezultatima prikazanim u radu [11]: grubi brojevi obaraju težinu najviše rangiranih elemenata odlučivanja, a u najčešćim slučajevima podižu težinu najniže rangiranih elemenata.

Tabela 12(ab). Donje i gornje granice sekvenci ocena (8 kriterijuma; 7 eksperata)

(a) Donja granica

Kriterijumi	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1	0,65	0,78	2,48	4,01	3,04	0,57	3,49
C2	1,15	1	0,68	3,77	4,41	4,07	1,06	4,61
C3	1,04	0,91	1	1,93	3,52	1,44	0,44	3,10
C4	0,31	0,19	0,32	1	2,74	2,34	0,71	2,14
C5	0,17	0,16	0,16	0,26	1	0,28	0,15	0,63
C6	0,23	0,17	0,53	0,32	2,13	1	0,23	1,59
C7	0,97	0,49	1,31	1,35	5,03	2,72	1	3,33
C8	0,20	0,16	0,25	0,34	0,96	0,37	0,24	1

(b) Gornja granica

Kriterijumi	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
C1	1,00	0,96	3,81	4,87	6,60	6,11	2,55	6,32
C2	2,30	1,00	3,27	5,69	6,72	6,26	3,33	6,84
C3	3,56	2,88	1,00	5,83	6,87	5,65	1,87	7,44
C4	1,90	0,28	1,63	1,00	5,20	4,64	3,31	4,88
C5	0,28	0,25	0,34	1,19	1,00	0,94	0,21	2,99
C6	0,18	0,27	2,17	1,43	4,22	1,00	0,52	3,93
C7	3,37	1,80	3,74	5,12	7,10	5,03	1,00	6,64
C8	0,31	0,24	1,99	1,59	4,59	1,81	1,51	1,00

Tabela 13. Težine kriterijuma dobijene agregacijom preko grubih brojeva

Težine	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8
Donje vrednosti	1,533	2,003	1,372	,808	0,271	0,520	1,578	0,349
Gornje vrednosti	3,219	3,771	3,660	2,072	0,598	1,310	3,588	1,142
Srednje vrednosti	2,376	2,887	2,516	1,440	0,434	0,915	2,583	0,746
Konačne težine (normalizovane srednje vrednosti)	0,171	0,208	0,181	0,104	0,031	0,066	0,186	0,054
Rangovi	4	1	3	5	8	6	2	7

6. ZAKLJUČAK

Postoje razne agregacione ('objedinjavajuće') šeme koje se primenjuju u grupnim primenama višekriterijumskog metoda AHP. Kada se metod koristi tako da se implicira odsustvo konsenzusa među članovima grupe, objedinjavanje pojedinačnih vrednovanja i odluka članova ima karakter nepristrasnosti i rezultat (grupna odluka) je u velikoj meri objektivna. Ova konstatacija podrazumeva određena ograničenja kojima se rad ne bavi. Na dva primera je pokazano da je osnovni efekat korišćenja agregacije geometrijskim osrednjavanjem i primene grubih brojeva na svim pozicijama matrice poređenja (karakteristične za AHP) to što se, posle izvršene prioritizacije, težine najviše rangiranih elemenata odlučivanja značajno razlikuju. Grubi brojevi daju nižu vrednost težine prvoplasiranog elementa, a

često se povećavaju težine niže plasiranih elemenata – suprotno od vrednosti težina dobijenih putem geometrijskog osrednjavanja. Aditivna agregacija, koja je takođe urađena u oba primera, pokazuje da su njeni rezultati nepouzdana jer statistički bitno zavise od veličine uzorka (broja članova grupe) i relativno velikog raspona vrednosti sa Satijeve skale poređenja (od 1/9 preko 15 vrednosti do 9). Diskusija rezultata ove vrste agregacije nije posebno data ali će biti sastavni deo agende budućih istraživanja u trasiranom smeru.

ZAHVALNOST

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije koje finansira istraživanja na naučnom projektu prema ugovoru 451-03-47/2024-01/ 200117.

LITERATURA

- [1] Amenta, P., Lucadamo, A., & Marcarelli, G. (2020) On the transitivity and consistency approximated thresholds of some consistency indices for pairwise comparison matrices. *Information Sciences* 507: 274-287.
- [2] Düntsch, I., Gediga, G. (1997) The rough set engine GROBIAN. In *Proc. 15th IMACS World Congress, Berlin* (Vol. 4, pp. 613-618).
- [3] Fazlollahtabar, H., Vasiljević, M., Stević, Ž., Vesković, S. (2017) Evaluation of supplier criteria in automotive industry using rough AHP. *International Conference on Management, Engineering and Environment ICMNEE 2017*:186-197.
- [4] Forman, E., & Peniwati, K. (1998) Aggregating individual judgments and priorities with the analytic hierarchy process. *European journal of operational research* 108(1): 165-169.
- [5] Kou, G., Lin, C. (2014) A cosine maximization method for the priority vector derivation in AHP. *European journal of operational research* 235: 225-232. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.019>
- [6] Lin, C., & Kou, G. (2021) A heuristic method to rank the alternatives in the AHP synthesis. *Applied Soft Computing* 100: 106916.
- [7] Mikhailov, L., Singh, M.G. (1999) Comparison analysis of methods for deriving priorities in the analytic hierarchy process. *IEEE SMC'99 Int. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics* (Cat. No.99CH37028), 1, 1037-1042. doi: 10.1109/ICSMC.1999.814236
- [8] Pawlak, Z. (1982) Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences* 11(5): 341-356.
- [9] Saaty T.L, (1980) *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill Inc,
- [10] Saaty T.L, (1977) A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of mathematical psychology* 15(3): 234-281
- [11] Srđević B. (2022) Grubi ili standardni metod AHP u grupnom vrednovanju kriterijuma pri donošenju odluka u vodoprivredi? *Vodoprivreda* 54:149-160.
- [12] Srđević, B., Srđević, Z., Ilić, M., Ždero S. (2021) Group model for evaluating the importance of Ramsar sites in Vojvodina Province of Serbia. *Environmental Development and Sustainability* 23: 10892-10909. <https://doi.org/10.1007/s10668-020-01093-2>
- [13] Srdjevic, B. (2007) Linking analytic hierarchy process and social choice methods to support group decision-making in water management. *Decision Support Systems* 42 (4): 2261-2273. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2006.08.001>
- [14] Srdjevic B, (2005) Combining different prioritization methods in analytic hierarchy process synthesis, *Computers & Operations Research* 32 (7): 1897-1919,
- [15] Zhai, L-Y, Khoo, L-P, Zhong, Z-W (2009) A rough set based QFD approach to the management of imprecise design information in product development. *Advanced Engineering Informatics* 23(2): 222-228.
- [16] Zhai, L-Y, Khoo, L-P, Zhong, Z-W (2008) A rough set enhanced fuzzy approach to quality function deployment., *International Journal of Advanced manufacturing Technology* 37:613-624. doi: 10.1007/s00170-007-0989-9
- [17] Srđević B., Srđević Z. (2024) Multi-Model Assessing and Visualizing Consistency and Compatibility of Experts in Group Decision-Making. *Mathematics* 2024, 12, 1699. <https://doi.org/10.3390/math12111699>

AGGREGATION OF PRIORITIES IN GROUP APPLICATIONS OF THE ANALYTIC HIERARCHY
PROCESS IN WATER MANAGEMENT

by

Bojan SRĐEVIĆ

University of Novi Sad, Faculty of Agriculture, Department of Water Management, Novi Sad

Summary

In group applications of the well-known multi-criteria method AHP, various aggregation (consolidation) schemes are used, through which the individual judgments of group members about the importance of compared decision elements are grouped in a certain way. Subsequently, through the chosen method of prioritization, weights of these elements are generated. When the method is used in a manner that implies the absence of consensus among group members, the consolidation of individual evaluations and decisions of the members is impartial and the result (group decision) is largely objective. Two examples from the field of water management are given, showing that aggregations by geometric averaging and through the application of rough numbers at all positions of the comparison matrix (characteristic of AHP), after prioritization, significantly

differ in the weights of the most ranked decision elements. This is particularly important in decision-making problems involving resource allocation (e.g., water quantities for users or defining capacities of pumping stations in irrigation systems). Rough numbers assign lower weight to the highest-ranked decision element and often increase the weights of lower-ranked elements - opposite to the values of weights obtained through geometric averaging. The conclusions of the study point to the need for further investigation of the effects of consolidating individual decisions within a group, especially when the number of group members is small, medium, or large.

Keywords: decision-making; group; aggregation of judgments; AHP.